TRƯỜNG THPT BÌNH CHIỂU

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

KỲ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG

NĂM HÓC: 2022 - 2023

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (5 điểm). Cho $A = \{n \in \mathbb{N} | 2 < n^2 < 38\}$; $B = \{x | x = 3k, k \in \mathbb{Z}, -4 < x < 16\}$; $C = \{n^2 + 1 | n \in \mathbb{N}, n < 5\}$.

a) Tìm các tập hợp $A \cup B; A \cap C; A \setminus B$.

b) Tìm các tập hợp $(A \setminus B) \cap C$; $(A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.

Lời giải.

Ta có: $A = \{2; 3; 4; 5; 6\}$; $B = \{-3; 0; 3; 6; 9; 12; 15\}$; $C = \{1; 2; 5; 10; 17\}$.

a) $A \cap C = \{2; 5\}$

$A \cup B = \{-3; 0; 2; 3; 4; 5; 6; 9; 12; 15\}$,

$A \setminus B = \{2; 4; 5\}$.

b) $A \setminus B = \{2; 4; 5\}$

$(A \setminus B) \cap C = \{2; 5\}$

$(A \setminus B) \cup (A \setminus C) = \{2; 3; 4; 5; 6\}$.

□

Câu 2 (4 điểm). Cho tập hợp $D = \{x \in \mathbb{R} | 2 \leq x \leq 7\}$, $E = \{x \in \mathbb{R} | x < 4\}$.

Tính $D \cap E, D \cup E, C_R D, C_R E$

Lời giải.

Ta có: $D = [2; 7]$; $E = (-\infty; 4)$

Khi đó ta có: $D \cap E = [2; 4)$; $D \cup E = (-\infty; 7]$; $C_R D = (-\infty; 2) \cup (7; +\infty)$, $C_R E = [4; +\infty)$

□

Câu 3 (2 điểm). Trong một câu lạc bộ có 100 học sinh, gồm 90 học sinh chơi cầu lông, 80 học sinh chơi bóng bàn và 70 học sinh chơi đá bóng. Hỏi có ít nhất bao nhiêu học sinh chơi cả ba môn thể thao?

Lời giải.

Theo đề bài, ta có:

- 10 học sinh không chơi cầu lông, gọi là nhóm 1.
- 20 học sinh không chơi bóng bàn, gọi là nhóm 2.
- 30 học sinh không chơi đá bóng, gọi là nhóm 3.

Một học sinh X trong lớp giỏi cả ba môn sẽ không thuộc vào bất cứ nhóm nào trong các nhóm trên (vì các nhóm trên gồm học sinh KHÔNG giỏi một môn nào đó trong ba môn). Vì thế, để có càng ít học sinh X càng tốt (do cần tìm số học sinh giỏi ba môn ít nhất có thể) thì tổng số học sinh trong các nhóm $1, 2, 3$ phải càng nhiều càng tốt. Khi đó, ta xét các nhóm $1, 2, 3$ rời nhau hết thì tổng số học sinh trong đó là $10 + 20 + 30 = 60$.

Suy ra có ít nhất $100 - 60 = 40$ học sinh giỏi cả ba môn. □

Câu 4 (3 điểm). Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kg thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kg thịt heo chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng mỗi ngày gia đình này chỉ mua tối đa 1,5 kg thịt bò và 1 kg thịt heo. Giá tiền 1 kg thịt bò là 200 nghìn đồng, 1 kg thịt heo là 100 nghìn đồng. Hỏi gia đình này cần mua bao nhiêu kg thịt bò và bao nhiêu kg thịt heo để số tiền bỏ ra là ít nhất nhưng vẫn đáp ứng đủ protein và lipit trong thức ăn hàng ngày.

Lời giải.

Gọi x là số kg thịt bò , y là số kg thịt heo mà gia đình mua.

Theo bài ra ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 0 \le x \le 1,5 \\ 0 \le y \le 1 \\ 800x + 600y \ge 900 \\ 200x + 400y \ge 400 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền đa giác $ABCD$ không gạch, kể cả bờ.

Gọi F là số tiền gia đình cần phải trả, khi đó:

$$F = 200x + 100y$$

Ta có tọa độ các đỉnh của đa giác là $A(\frac{3}{8}; 1), B(\frac{3}{5}; \frac{7}{10}); C(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}); D(\frac{3}{2}; 1)$

Thay tọa độ các đỉnh vào F ta có:

$F(\frac{3}{8}; 1) = 175, F(\frac{3}{5}; \frac{7}{10}) = 190; F(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}) = 325; F(\frac{3}{2}; 1) = 400$

Vậy gia đình này cần mua $\frac{3}{8}$kg thịt bò và 1 kg thịt heo để đáp ứng đủ protein và lipit với sô tiền ít nhất. □

Câu 5 (4 điểm). Cho phương trình: $(m-1)x^2 + x - m = 0$ (1)

a) Chứng minh với mọi m thì phương trình luôn có nghiệm.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn: $x_1 = 2x_2$

Lời giải.

1. TH1: $m = 1$ khi đó ta có: x - 1= $0 \Leftrightarrow x = 1$

   TH 2: $m \neq 1$ ta có: $\triangle = 1^2 + 4(m-1)m = 4m^2 - 4m + 1 = (2m-1)^2$

   Vậy với mọi giá trị m thì phương trình luôn có nghiệm

2. Để phương trình có hai nghiệm thì $m \neq 1$

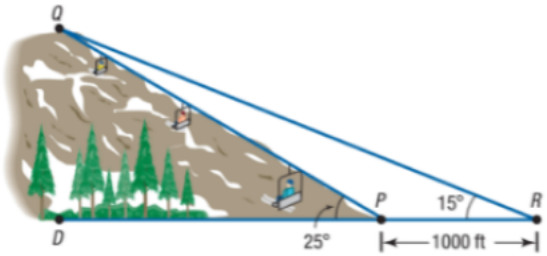
   Khi đó ta có hai nghiệm phương trình là $x = 1$ hoặc $x = \dfrac{-m}{m-1}$

   TH1: $x_1 = 1, x_2 = \dfrac{-m}{m-1} \Rightarrow m = \dfrac{1}{3}$

   TH2 : $x_1 = \dfrac{-m}{m-1}, x_2 = 1 \Rightarrow m = \dfrac{2}{3}$

□

Câu 6 (2 điểm). Để xác định định chiều cao của một thang trượt tuyết được xác định từ P đến Q (như hình vẽ). Một nhà khảo sát đo lường đã ước tính $\angle DPQ = 25°$, sau đó nhà khảo sát đi bộ ra xa cách vị trí P 1000ft và tiến hành đo được $\angle QRD = 15°$. Tính khoảng cách từ P đến Q theo đơn vị m. Biết rằng $1ft = 0,3048m$, làm tròn đến chữ số hàng đơn vị.



Lời giải.

Gọi chiều cao QD là x (ĐK: $x > 0$)

Do tam giác QPD là tam giác vuông tại D. Áp dụng tỉ số lượng giác ta có:

$$DP = x.\cot 25°$$

. Do tam giác QRD là tam giác vuông tại D. Áp dụng tỉ số lượng giác ta có:

$$DR = x.\cot 15°$$

. Theo bài ra ta có:

$DR - DP = 1000 \Leftrightarrow x.\cot 15° - x.\cot 25° = 1000 \Leftrightarrow x = \dfrac{1000}{\cot 15° - \cot 25°}$

Khi đó ta có: $QP = \dfrac{x}{\sin 25°} = 1490$ (ft) $= 454m$ □

——— HẾT ———

TRƯỜNG THPT BÌNH CHIỂU

TỔ TOÁN –TIN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG

NĂM HỌC 2022 - 2023

Môn: TOÁN - Lớp 11

Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. *(6 điểm)* Giải phương trình:

a. $\sin x = 2\cos^3 x$

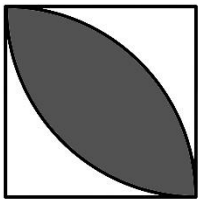
b. $\cot x + \sin x.\left(1 + \tan x.\tan\dfrac{x}{2}\right) = 4$

Câu 2. *(2 điểm)* Tìm GTLN, GTNN của hàm số:

$y = \sqrt{3}\sin x - \cos x + 2022$

Câu 3. *(2 điểm)* Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5?

Câu 4. *(4 điểm)* Một viên gạch hình vuông có cạnh là 30 cm được thiết kế như hình vẽ. Người ta dựng một cung tròn có tâm là một đỉnh của viên gạch với bán kính 30 cm, sau đó dựng thêm một cung tròn nữa như vậy nhưng có tâm là đỉnh đối diện với đỉnh trên. Em hãy tính diện tích phần giao nhau của hai cung tròn đó.



Câu 5. (4 *điểm*)

Bảng giá cước xe taxi Mai Linh loại xe Kia Morning như sau: 10 ngàn đồng cho 0,6 km đầu tiên, 13 ngàn đồng/km cho đoạn tiếp theo nếu quãng đường đi hơn 0,6 km nhưng không quá 25 km và 11 ngàn đồng/km cho đoạn tiếp theo nếu quãng đường đi trên 25 km.

a. Hãy thiết lập hàm số $f(x)$ biểu thị giá tiền (ngàn đồng) phải trả cho x km di chuyển.

b. Vẽ đồ thị hàm số $f(x)$ với $0 < x \le 50$.

c. Tìm quãng đường đi được nếu số tiền xe là 371 200 đồng.

Câu 6. *(2 điểm)* Một nhóm bạn gồm có 3 thành viên: An, Bình, Chi. Mỗi bạn học giỏi hai trong sáu môn: Toán, Văn, Anh, Lí, Hóa, Sinh. Người ta biết về các bạn trên như sau:

- Bạn giỏi Văn và bạn giỏi Sinh là hàng xóm của nhau.
- An trẻ nhất trong 3 bạn.
- Bạn Bình, bạn giỏi Toán và bạn giỏi Sinh thường đi cùng với nhau trên đường về nhà.
- Bạn giỏi Toán nhiều tuổi hơn bạn giỏi Anh.
- Bạn giỏi Hóa, bạn giỏi Anh và bạn An khi rảnh rỗi thường hay đi chơi bóng chuyền với một bạn thứ 4.

Em hãy cho biết mỗi bạn giỏi những môn nào và giải thích.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. *(6 điểm)* Giải phương trình:

a. $\sin x = 2\cos^3 x$

b. $\cot x + \sin x.\left(1+\tan x.\tan\dfrac{x}{2}\right) = 4$

a. $\sin x = 2\cos^3 x \quad (1)$

$\cos x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 1\\ \sin x = -1\end{array}\right.$ Không thỏa mãn phương trình $\Rightarrow \cos x \neq 0$ — 1 điểm

Chia 2 vế của phương trình cho $\cos x$ — 2 điểm

$(1) \Leftrightarrow \tan x = \dfrac{2}{1+\tan^2 x} \Leftrightarrow \tan^3 x + \tan x - 2 = 0 \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \ \ (k \in \mathbb{Z})$

b. $\cot x + \sin x.\left(1+\tan x.\tan\dfrac{x}{2}\right) = 4 \quad (2)$

Điều kiện $\left\{\begin{array}{l}\sin x \neq 0\\ \cos x \neq 0\\ \cos\dfrac{x}{2} \neq 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x \neq k\pi\\ x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi\\ x \neq \pi + k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow x \neq \dfrac{k\pi}{2}$ — 1 điểm

$(2) \Leftrightarrow \dfrac{\cos x}{\sin x} + \sin x\left(1 + \dfrac{\sin x}{\cos x}.\dfrac{\sin\dfrac{x}{2}}{\cos\dfrac{x}{2}}\right) = 4 \Leftrightarrow \dfrac{\cos x}{\sin x} + \sin x\left(\dfrac{\cos x.\cos\dfrac{x}{2} + \sin x.\sin\dfrac{x}{2}}{\cos x.\cos\dfrac{x}{2}}\right) = 4$ — 1 điểm

$\Leftrightarrow \dfrac{\cos x}{\sin x} + \dfrac{\sin x}{\cos x} = 4 \Leftrightarrow \sin 2x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{12} + k\pi\\ x = \dfrac{5\pi}{12} + k\pi\end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$ — 1 điểm

Câu 2. *(2 điểm)* Tìm GTLN, GTNN của hàm số:

$$y=\sqrt{3}\sin x-\cos x+2022$$

$y=2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x\right)+2022$	1 điểm
$=2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+2022$	0.5 điểm
$2020\le 2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+2022\le 2024$	
$\max y=2024\Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=1\Leftrightarrow x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi$	0.5 điểm
$\min y=2020\Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{3}+k2$	

Câu 3. *(2 điểm)* Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5?

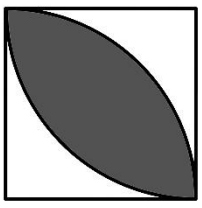
Gọi số tự nhiên đề bài yêu cầu là $\overline{abcd}$

TH1: $d=0$	TH2: $d=5$
a: có 9 cách chọn	a: có 8 cách chọn
b: có 8 cách chọn	b: có 8 cách chọn
c: có 7 cách chọn	c: có 7 cách chọn
d: có 1 cách chọn	d: có 1 cách chọn

Vậy có 952 số thỏa yêu cầu.

Mỗi TH 1điểm

Câu 4. *(4 điểm)* Một viên gạch hình vuông có cạnh là 30 cm được thiết kế như hình vẽ. Người ta dựng một cung tròn có tâm là một đỉnh của viên gạch với bán kính 30 cm, sau đó dựng thêm một cung tròn nữa như vậy nhưng có tâm là đỉnh đối diện với đỉnh trên. Em hãy tính diện tích phần giao nhau của hai cung tròn đó.



S hình quạt = S_{hq}	1 điểm
S tam giác = S_{Δ}	1 điểm
$S=2\left(S_{hq}-S_{\Delta}\right)$	1 điểm
$S=2\left(225\pi-450\right)\approx 531{,}8\ cm^2$	1 điểm

Câu 5. (4 *điểm*)

Bảng giá cước xe taxi Mai Linh loại xe Kia Morning như sau: 10 ngàn đồng cho 0,6 km đầu tiên, 13 ngàn đồng/km cho đoạn tiếp theo nếu quãng đường đi hơn 0,6 km nhưng không quá 25 km và 11 ngàn đồng/km cho đoạn tiếp theo nếu quãng đường đi trên 25 km.

a. Hãy thiết lập hàm số $f(x)$ biểu thị giá tiền (ngàn đồng) phải trả cho x km di chuyển.

b. Vẽ đồ thị hàm số $f(x)$ với $0 < x \le 50$.

c. Tìm quãng đường đi được nếu số tiền xe là 371 200 đồng.

a. 2 điểm

$$f(x)=\begin{cases}10 & 0<x\le 0.6\\ 10+13(x-0.6) & 0.6<x\le 25\\ 10+13(25-0.6)+11(x-25) & x>25\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}10 & 0<x\le 0.6\\ 13x+2.2 & 0.6<x\le 25\\ 11x+52,2 & x>25\end{cases}$$

b. Vẽ đồ thị 1 điểm

c. $f(x)=371.2 \Leftrightarrow 11x+52.2=371.2 \Leftrightarrow x=29$ 1 điểm

Câu 6. *(2 điểm)* Một nhóm bạn gồm có 3 thành viên: An, Bình, Chi. Mỗi bạn học giỏi hai trong sáu môn: Toán, Văn, Anh, Lí, Hóa, Sinh. Người ta biết về các bạn trên như sau:

- Bạn giỏi Văn và bạn giỏi Sinh là hàng xóm của nhau.
- An trẻ nhất trong 3 bạn.
- Bạn Bình, bạn giỏi Toán và bạn giỏi Sinh thường đi cùng với nhau trên đường về nhà.
- Bạn giỏi Toán nhiều tuổi hơn bạn giỏi Anh.
- Bạn giỏi Hóa, bạn giỏi Anh và bạn An khi rảnh rỗi thường hay đi chơi bóng chuyền với một bạn thứ 4.

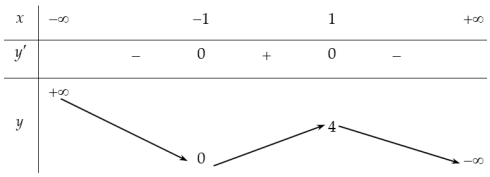
Em hãy cho biết mỗi bạn giỏi những môn nào và giải thích.

- An trẻ nhất trong 3 bạn và bạn giỏi Toán nhiều tuổi hơn bạn giỏi Anh nên An không thể giỏi Toán.
- Bạn Bình, bạn giỏi Toán và bạn giỏi Sinh thường đi cùng với nhau trên đường về nhà nên An giỏi Sinh.

• Bạn giỏi Hóa, bạn giỏi Anh và bạn An khi rảnh rỗi thường hay đi chơi bóng chuyền với một bạn thứ 4. Nên An không giỏi Hóa và Anh. • Bạn giỏi Văn và bạn giỏi Sinh là hàng xóm của nhau. Nên An không giỏi Văn Vậy An giỏi Lí và Sinh. • Bạn Bình, bạn giỏi Toán và bạn giỏi Sinh thường đi cùng với nhau trên đường về nhà. Vậy Chi giỏi Toán Vì An đã giỏi Lí và Sinh nên Chi không giỏi Lí và Sinh Bạn giỏi Toán nhiều tuổi hơn bạn giỏi Anh mà Chi đã giỏi Toán nên không giỏi Anh. Vậy Bình giỏi Anh Bạn giỏi Hóa, bạn giỏi Anh và bạn An khi rảnh rỗi thường hay đi chơi bóng chuyền với một bạn thứ 4. Vậy Chi là người giỏi Hóa Vậy Chi giỏi Toán Hóa Còn Bình giỏi Văn Anh	1 điểm 1 điểm

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ THI HSG CẤP TRƯỜNG – LỚP 12

Năm học 2022 – 2023

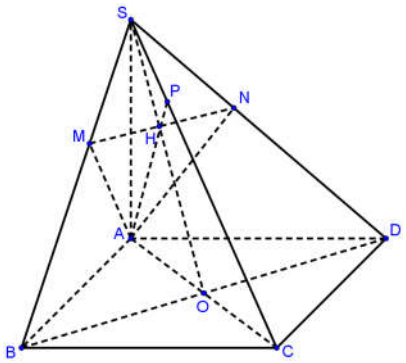
Câu 1: (4 điểm) Cho hàm số $y=-x^3+3mx^2+3(m+1)x+2$.	
a) – 1.5 điểm – Khi $m=0$, hãy tính khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.	
Với $m=0\Rightarrow y=-x^3+3x+2$ TXĐ: $D=\mathbb{R}$. $y'=-3x^2+3=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$. BBT:  Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là: $A(-1;0)$ và $B(1;4)$ Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;4)\Rightarrow AB=2\sqrt{5}$.	1.5 điểm
b) – 2.5 điểm – Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên một khoảng có độ dài không vượt quá 2.	
Do $a=-1<0\Rightarrow$ Hàm số có khoảng đồng biến $\Rightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt. Ta có: $y'=-3x^2+6mx+3(m+1)$ Để $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}a\neq 0\\\Delta'>0\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}-3\neq 0(HN)\\9m^2+9m+9>0(HN)\end{array}\right.\Rightarrow m\in\mathbb{R}$.	1.0 điểm
Gọi x_1,x_2 là 2 nghiệm của phương trình $y'=0\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(x_1;x_2)$. Để hàm số đồng biến trên khoảng có độ dài không vượt quá $2\Rightarrow\lvert x_1-x_2\rvert\le 2$ Ta có: $\left\{\begin{array}{l}x_1+x_2=2m\\x_1x_2=-(m+1)\end{array}\right.$	0.5 điểm
$\Rightarrow\lvert x_1-x_2\rvert\le 2\Rightarrow(x_1-x_2)^2\le 4\Rightarrow(x_1+x_2)^2+4x_1x_2\le 4$ $\Rightarrow 4m^2-4(m+1)\le 4\Rightarrow m^2-m-2\le 0\Rightarrow -1\le m\le 2$. So sánh với điều kiện, ta có $-1\le m\le 2$. Vậy $-1\le m\le 2$.	1.0 điểm

Câu 2: (3 điểm) Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9 (mỗi thẻ ghi một số). Rút ngẫu nhiên 3 thẻ và nhân 3 số ghi trên 3 thẻ đó với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là một số lẻ?	
Gọi S là tập hợp các số được ghi trên thẻ $\Rightarrow S=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Để tích của 3 thẻ là một số lẻ $\Rightarrow$ 3 thẻ được bốc phải là số lẻ. Ta có $n(\Omega)=C_9^3=84$.	1.5 điểm
Gọi A: " là biến cố lấy được 3 thẻ có số lẻ". Ta có $n(A)=C_5^3=10$. Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{5}{42}$.	1.5 điểm

Câu 3: (6 điểm)	
a) – 2.0 điểm – Cho hàm số $f(x)=(x-1)x(x+1)$. Tính $f'(1)$.	
Ta có: $f'(x)=(x-1)'x(x+1)+(x-1)(x)'(x+1)+(x-1)x(x+1)'$. $=x(x+1)+(x-1)(x+1)+(x-1)x$.	1.5 điểm
Ta có: $f'(1)=x(x+1)+(x-1)(x+1)+(x-1)x=2$	0.5 điểm
b) – 4.0 điểm – Cho hàm số $f(x)=(x^2-1)(x+2)(x+3)....(x+2022)$ và $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$. Tính $g'(1)$.	
Ta có: $f(x)=(x^2-1)(x+2)(x+3)....(x+2022)=(x-1)(x+1)(x+2)(x+3)....(x+2022)$ Ta xét hàm số $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$, ta có: $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}\Rightarrow x^2g(x)=xf(x)=(x-1)x(x+1)(x+2)(x+3)....(x+2022)$	1.5 điểm
Ta có: $\left[x^2g(x)\right]'=\left[(x-1)x(x+1)(x+2)(x+3)....(x+2022)\right]'$. $\Rightarrow 2xg(x)+x^2g'(x)=x(x+1)(x+2)(x+3)....(x+2022)+(x-1)h(x)$.	1.5 điểm
Thay $x=1$ vào 2 vế, ta có: $g(1)+g'(1)=2022!$ Mà $g(1)=0$ Vậy $g'(1)=2022!$	1.0 điểm

CÁCH 2:	
Ta có: $g'(1)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{g(x)-g(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x(x-1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x^2-1)(x+2)(x+3)....(x+2022)}{x(x-1)}$ $=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x+1)(x+2)(x+3)....(x+2022)}{x}=2022!$	4.0 điểm

Câu 4: (7 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình vuông cạnh a, SA vuông góc đáy và $SA=2a$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SD. Gọi P là giao điểm của SC và (AMN).



Chọn $SC\subset(SAC)$.

Ta có: $A\in(AMN)\cap(SAC)$.

Ta có: $MN\cap SO=H\left(MN,SO\subset(SBD)\right)\Rightarrow H\in(AMN)\cap(SAC)$.

Vậy $(AMN)\cap(SAC)=AH$

Ta có: $AH\cap SC=P\left(AH,SC\subset(SAC)\right)$.

a) – 3.0 điểm – Chứng minh $MN\perp AP$.

Xét ΔSAB vuông tại A có $AM\perp SB\Rightarrow SA^2=SM.SB\Rightarrow\dfrac{SM}{SB}=\left(\dfrac{SA}{SB}\right)^2$ Xét ΔSAD vuông tại A có $AN\perp SD\Rightarrow SA^2=SN.SD\Rightarrow\dfrac{SN}{SD}=\left(\dfrac{SA}{SD}\right)^2$ Ta có: $SB=SD\left(\Delta SAB=\Delta SAD\right)\Rightarrow\dfrac{SM}{SB}=\dfrac{SN}{SD}\Rightarrow MN//BD$.	1.5 điểm
Ta có: $\left.\begin{matrix}BD\perp AC\\BD\perp SA\end{matrix}\right\}\Rightarrow BD\perp(SAC)\left.\begin{matrix}\\MN//BD\end{matrix}\right\}\Rightarrow MN\perp(SAC)$. Mà $AP\subset(SAC)\Rightarrow MN\perp AP$	1.5 điểm

b) – 3.0 điểm – Chứng minh $AM \perp (SBC)$. Từ đó hãy chứng minh $SC \perp AP$.	
Ta có: $\left.\begin{array}{l} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \left.\begin{array}{l} \\ AM \subset (SAB) \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp AM \left.\begin{array}{l} \\ \\ AM \perp SB \end{array}\right\} \Rightarrow AM \perp (SBC)$.	2.0 điểm
Ta có: $\left.\begin{array}{l} MN \perp (SAC) \\ SC \subset (SAC) \end{array}\right\} \Rightarrow MN \perp SC$. Mà $\left.\begin{array}{l} AM \perp (SBC) \\ SC \subset (SBC) \end{array}\right\} \Rightarrow SC \perp AM$. Vậy $\left.\begin{array}{l} SC \perp (AMN) \\ AP \subset (AMN) \end{array}\right\} \Rightarrow SC \perp AP$	1.0 điểm
c) – 4.0 điểm – Tính khoảng cách từ P đến (SAB).	
Xét ΔSAC vuông tại A có $AP \perp SC \Rightarrow SA^2 = SP.SC \Rightarrow \dfrac{SP}{SC} = \left(\dfrac{SA}{SC}\right)^2$. Ta có: $AC = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow SC = \sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2 + (2a)^2} = a\sqrt{6}$. Vậy $\dfrac{SP}{SC} = \left(\dfrac{SA}{SC}\right)^2 \Rightarrow \dfrac{SP}{SC} = \dfrac{2}{3}$	2.0 điểm
Ta có: $\left.\begin{array}{l} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow d\left(C,(SAB)\right) = BC = a$	1.0 điểm
Ta có $\dfrac{d\left(P,(SAB)\right)}{d\left(C,(SAB)\right)} = \dfrac{SP}{SC} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow d\left(P,(SAB)\right) = \dfrac{2}{3}a$	1.0 điểm